

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Физико-математический факультет  
Кафедра алгебры и геометрии

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«30» апреля 2025г., протокол № 8

Рабочая программа дисциплины

**Современная алгебра**

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки:

**44.04.01 Педагогическое образование**

(шифр, название направления)

Направленность (профиль) программы:

**Математическое образование**

Квалификация выпускника

**магистр**

Форма обучения

**Заочная, очно- заочная**

**Год начала подготовки - 2024**

(по учебному плану)

Составитель: канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры алгебры и геометрии Кубекова Б.С.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) программы: «Математическое образование», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018, № 126, учебным планом, основной профессиональной образовательной программой высшего образования по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) программы: «Математическое образование», локальными актами КЧГУ.

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры алгебры и геометрии на 2025-2026 учебный год, протокол № 8 от 10 апреля 2025г.

## Оглавление

1. Наименование дисциплины (модуля).....	4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы .....	4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся .....	5
5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....	5
6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы.....	8
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю).....	12
7.1. Индикаторы оценивания сформированности компетенций.....	12
7.2. Перевод балльно-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания .....	12
7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины.....	12
7.3.1. Примерные вопросы к итоговой аттестации (экзамен).....	12
7.3.2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций.....	14
7.3.3. Оценочные материалы. Варианты контрольных работ.....	14
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля) .....	15
8.1. Основная литература:.....	15
8.2. Дополнительная литература .....	15
9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля) .....	16
9.1. Общесистемные требования.....	16
9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	16
9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения .....	17
9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы .....	17
10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья.....	17
11. Лист регистрации изменений .....	18

## 1. Наименование дисциплины (модуля)

### СОВРЕМЕННАЯ АЛГЕБРА

**Целью** изучения дисциплины является: формирование знаний, умений и навыков, а также личностных качеств, обеспечивающих: понимание обучающимися тенденций развития современной алгебры, перспективных проблем научных исследований в сфере образования.

**Для достижения цели ставятся задачи:**

- изучить понятийный аппарат, необходимый для изучения дисциплины;
- овладеть фундаментальными методами современной алгебры;
- усвоить алгебраический язык, который связывает алгебру и другие фундаментальные предметы, которые изучаются в магистратуре;
- усвоить некоторые методические приемы, которые будут использоваться в последующей работе;
- получить знания из области алгебры необходимые для дальнейшего самостоятельного приложения основных алгебраических методов к разработке научных проблем и задач из области профессиональной деятельности.

## 2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Данная дисциплина (модуль) относится к обязательным дисциплинам Блока 1.

Дисциплина (модуль) изучается на 1 курсе

<b>МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО</b>	
Индекс	Б1.О.08
<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>	
Данная учебная дисциплина является базовой и опирается на входные знания, умения и компетенции, полученные по дисциплинам «Алгебра», «Геометрия», «Математический анализ», «Математика» в объеме средней школы и программ бакалавриата	
<b>Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>	
Дисциплина «Современная алгебра» является самостоятельной дисциплиной, необходимой для последующего освоения других дисциплин базового и профессионального циклов, а также для выполнения научно-исследовательской работы	

## 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины «Современная алгебра» направлен на формирование следующих компетенций обучающегося:

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ ОП ВО	Индикаторы достижения компетенций
ПК-4	Способен проводить исследования в предметной области научного знания и в сфере образования, разрабатывать инновационные механизмы и инструментарий для решения научных задач	ПК-4.1. Знает особенности проведения исследований в области математики и математического образования ПК-4.2. Умеет решать исследовательские задачи с учётом содержательного и организационного контекстов ПК-4.3. Владеет навыками разработки алгоритмов и способов достижения проектируемых уровней своего профессионального и личностного роста

**4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 4 ЗЕТ, 144 академических часа.

Объем дисциплины	Всего часов	
	для очно-заочной формы	для заочной формы обучения
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	144	144
<b>Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий)* (всего)</b>	36	12
<b>Аудиторная работа (всего):</b>	36	12
в том числе:		
лекции	18	4
семинары, практические занятия	18	8
практикумы		
лабораторные работы		
<b>Внеаудиторная работа:</b>		
курсовые работы		
консультация перед экзаменом		
Внеаудиторная работа также включает индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем), рефераты, контрольные работы и др.		
<b>Самостоятельная работа обучающихся (всего)</b>	72	124
<b>Контроль самостоятельной работы</b>	36	8
<b>Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет /</b>	экзамен	экзамен

**5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**Для заочной формы обучения**

№ п/п	Курс/семестр	Раздел, тема дисциплины	Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
				всего	Аудиторные уч. занятия		
					Лек	Пр	Лаб
		<b>Раздел 1. Основные алгебраические структуры и их свойства</b>					
1	1/1	Основные алгебраические структуры: полугруппа, моноид, группа, кольцо, поле, векторные пространства и модули. Отображения на алгебраических структурах и их свойства: гомоморфизмы, мономорфизмы, эпиморфизмы и изоморфизмы и их свойства. Ядро и образ морфизмов.	9	2			7
2	1/1	Кольца и подкольца. Области целостности. Типы колец: коммутативные кольца, булевы кольца, кольцо формальных степенных рядов, кольцо формальных степенных	11		2		9

		рядов Лоренца. Единицы колец и делители нуля. Нильпотенты колец. Критерий подколец. Правые и левые идеалы колец. Идеалы колец. Операции над идеалами. Простые и максимальные идеалы колец и их свойства.					
3	1/1	Отношение эквивалентности и его свойства. Отношение сравнимости в кольце по модулю идеала. Фактор-группа и фактор-кольцо по идеалу в коммутативных кольцах. Теоремы об изоморфизме образа группы и кольца.	9				9
4	1/1	Образующие кольца. Главные идеалы кольца. Кольцо главных идеалов. Евклидово кольцо. Ассоциированные, простые и неприводимые элементы кольца. Доказательство того, что в кольце главных идеалов простота и неприводимость элементов равносильны. Доказательство обрыва возрастающей цепочки идеалов в кольце главных идеалов. Представление каждого не единичного элемента в виде произведения неприводимых и его однозначность.	11		2		9
5	1/1	Неприводимый многочлен над полем и его свойства. Теорема о кратности корней неприводимого многочлена. Минимальный аннулятор элемента, его степень и свойства этого многочлена.	9				9
		<b>Раздел 2. Расширения полей. Их виды и свойства</b>					
6	1/1	Расширение полей. Степень расширения. Закон башни. Гомоморфизм полей и его продолжение. Теорема Кронекера о корнях многочлена. Конечнопорожденное расширение поля. Простое расширение поля, примеры и его свойства. Занятие проводится в интерактивной форме - управляемая дискуссия.	11	2			9
7	1/1	Алгебраический и трансцендентный элементы поля. Алгебраическое и трансцендентное расширение поля. Теорема об алгебраичности конечного расширения поля. Теорема о простом алгебраическом расширении поля. F-гомоморфизмы полей и их свойства. Теорема об эндоморфизме поля. Занятие проводится в интерактивной форме - управляемая дискуссия.	9				9
8	1/1	Теорема о связи алгебраичности расширения и корня минимального аннулятора. Понятие алгебраически замкнутого поля. Алгебраическое замыкание поля. Теорема о существовании алгебраического замыкания поля. Лемма о продолжении гомоморфизма поля в алгебраически замкнутое поле. Теорема о существовании продолжения гомоморфизма с поля F в алгебраически замкнутое поле на его алгебраическое расширение K.	11		2		9
9	1/1	Поле разложения многочленов и его существование. Теорема о единственности поля разложения.	9				9
10	1/1	Нормальное расширение поля. Теорема о трех эквивалентных определениях нормальности расширения поля. Теорема о том, что всякое нормальное расширение поля есть поле разложения какого-то многочлена.	9				9
11	1/1	Простые поля. Характеристика кольца и поля. Сепарабельные и несепарабельные многочлены. Теорема о необходимом и достаточном условии несепарабельности многочлена. Примеры сепарабельных и несепарабельных многочленов	9				9
12	1/1	<b>Раздел 3. Конечные поля. Их строение и свойства</b>					
		Конечные поля. Их строение и свойства. Теорема о существовании поля из $p^k$ – элементов для простого p и $k \in \mathbb{N}$ . Лемма о числе корней сепарабельного многочлена в его поле разложения. Теорема о сепарабельности многочлена $f(x)=x^n-1$ . Теорема о совпадении конечного поля с полем разложения многочлена $f(x) = x^{p^n} - x$ .	9				9
13	1/1	Структура мультипликативной группы конечного поля, теорема о ее цикличности. Свойство сепарабельности неприводимых многочленов над конечными полями. Автоморфизмы Фробениуса конечных полей. Теорема о том, что группа автоморфизмов конечного поля есть цикличе-	11		2		9

		ская группа и порождена автоморфизмом Фробениуса.					
14	1/1	Сепарабельные расширения полей. Теорема о том, что любое конечное сепарабельное расширение является простым. Теорема о сохранении сепарабельности при конечных расширениях. Теорема о количестве продолжений гомоморфизмов. Совершенные поля. Необходимое и достаточное условие совершенности полей конечной характеристики.	9				9
		<b>Контроль самостоятельной работы</b>	<b>8</b>				
		<b>ВСЕГО</b>	<b>136</b>	<b>4</b>	<b>8</b>		<b>124</b>

### Для очно-заочной формы обучения

№ п/п	Курс/семестр	Раздел, тема дисциплины	Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
			всего	Аудиторные уч. занятия			Сам работа
				Лек	Пр	Лаб	
		<b>Раздел 1. Основные алгебраические структуры и их свойства</b>					
1	1/1	Основные алгебраические структуры: полугруппа, моноид, группа, кольцо, поле, векторные пространства и модули. Отображения на алгебраических структурах и их свойства: гомоморфизмы, мономорфизмы, эпиморфизмы и изоморфизмы и их свойства. Ядро и образ морфизмов.	7	2			5
2	1/1	Кольца и подкольца. Области целостности. Типы колец: коммутативные кольца, булевы кольца, кольцо формальных степенных рядов, кольцо формальных степенных рядов Лоренца. Единицы колец и делители нуля. Нильпотенты колец. Критерий подколец. Правые и левые идеалы колец. Идеалы колец. Операции над идеалами. Простые и максимальные идеалы колец и их свойства.	7		2		5
3	1/1	Отношение эквивалентности и его свойства. Отношение сравнимости в кольце по модулю идеала. Фактор-группа и фактор-кольцо по идеалу в коммутативных кольцах. Теоремы об изоморфизме образа группы и кольца.	7		2		5
4	1/1	Образующие кольца. Главные идеалы кольца. Кольцо главных идеалов. Евклидово кольцо. Ассоциированные, простые и неприводимые элементы кольца. Доказательство того, что в кольце главных идеалов простота и неприводимость элементов равносильны. Доказательство обрыва возрастающей цепочки идеалов в кольце главных идеалов. Представление каждого не единичного элемента в виде произведения неприводимых и его однозначность.	7	2			5
5	1/1	Неприводимый многочлен над полем и его свойства. Теорема о кратности корней неприводимого многочлена. Минимальный аннулятор элемента, его степень и свойства этого многочлена.	7		2		5
		<b>Раздел 2. Расширения полей. Их виды и свойства</b>					
6	1/1	Расширение полей. Степень расширения. Закон башни. Гомоморфизм полей и его продолжение. Теорема Кронекера о корнях многочлена. Конечнопорожденное расширение поля. Простое расширение поля, примеры и его свойства. Занятие проводится в интерактивной форме - управляемая дискуссия.	7	2			5
7	1/1	Алгебраический и трансцендентный элементы поля. Алгебраическое и трансцендентное расширение поля. Теорема об алгебраичности конечного расширения поля. Теорема о простом алгебраическом расширении поля. F-гомоморфизмы полей и их свойства. Теорема об эндо-	7		2		5

		морфизме поля. Занятие проводится в интерактивной форме - управляемая дискуссия.					
8	1/1	Теорема о связи алгебраичности расширения и корня минимального аннулятора. Понятие алгебраически замкнутого поля. Алгебраическое замыкание поля. Теорема о существовании алгебраического замыкания поля. Лемма о продолжении гомоморфизма поля в алгебраически замкнутое поле. Теорема о существовании продолжении гомоморфизма с поля $F$ в алгебраически замкнутое поле на его алгебраическое расширение $K$ .	9	2	2		5
9	1/1	Поле разложения многочленов и его существование. Теорема о единственности поля разложения.	7		2		5
10	1/1	Нормальное расширение поля. Теорема о трех эквивалентных определениях нормальности расширения поля. Теорема о том, что всякое нормальное расширение поля есть поле разложения какого-то многочлена.	9	2	2		5
11	1/1	Простые поля. Характеристика кольца и поля. Сепарабельные и несепарабельные многочлены. Теорема о необходимом и достаточном условии несепарабельности многочлена. Примеры сепарабельных и несепарабельных многочленов	7	2			5
		<b>Раздел 3. Конечные поля. Их строение и свойства</b>					
12	1/1	Конечные поля. Их строение и свойства. Теорема о существовании поля из $p^k$ – элементов для простого $p$ и $k \in \mathbb{N}$ . Лемма о числе корней сепарабельного многочлена в его поле разложения. Теорема о сепарабельности многочлена $f(x)=x^n-1$ . Теорема о совпадении конечного поля с полем разложения многочлена $f(x) = x^{p^n} - x$ .	7	2			5
13	1/1	Структура мультипликативной группы конечного поля, теорема о ее цикличности. Свойство сепарабельности неприводимых многочленов над конечными полями. Автоморфизмы Фробениуса конечных полей. Теорема о том, что группа автоморфизмов конечного поля есть циклическая группа и порождена автоморфизмом Фробениуса.	10	2	2		6
14	1/1	Сепарабельные расширения полей. Теорема о том, что любое конечное сепарабельное расширение является простым. Теорема о сохранении сепарабельности при конечных расширениях. Теорема о количестве продолжений гомоморфизмов. Совершенные поля. Необходимое и достаточное условие совершенности полей конечной характеристики.	10	2	2		6
		<b>Контроль самостоятельной работы</b>	<b>36</b>				
		<b>ВСЕГО</b>	<b>144</b>	<b>18</b>	<b>18</b>		<b>72</b>

## 6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы

### Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

вид учебных занятий	Организация деятельности студента
Лекция	Написание конспекта лекций: краткое, схематичное, последовательное фиксирование основных положений, выводов, формулировок, обобщений; выделение ключевых слов, терминов. Проверка терминов, понятий с помощью справочников с выписыванием в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, вызывающего трудности. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии. Уделить внимание следующим понятиям ( <i>перечисление понятий</i> ) и др.



Практические занятия	Конспектирование источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы, работа с текстом ( <i>указать текст из источника и др.</i> ). Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, решение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму и др.
Контрольная работа/индивидуальные задания	Знакомство с основной и дополнительной литературой, включая справочные издания, зарубежные источники, конспект основных положений, терминов, сведений, требующих для запоминания и являющихся основополагающими в этой теме. Составление аннотаций к прочитанным литературным источникам и др.
Коллоквиум	Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам и др.
Подготовка к экзамену	При подготовке к экзамену (зачету) необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и др.

Самостоятельная работа студентов по дисциплине «Современная алгебра» предполагает более глубокую проработку ими отдельных тем курса, определенных программой. Основными видами и формами самостоятельной работы студентов по данной дисциплине являются:

- подготовка докладов к практическим занятиям;
- самоподготовка по вопросам;
- подготовка к экзамену.

Важной частью самостоятельной работы является изучение учебной литературы. Основная функция учебников - ориентировать магистранта в системе тех знаний, умений и навыков, которые должны быть усвоены по данной дисциплине будущими специалистами. В процессе изучения данной дисциплины учитывается посещаемость лекций, оценивается активность студентов на практических занятиях, а также качество и своевременность подготовки теоретических материалов, докладов. По окончании изучения дисциплины проводится экзамен по предложенным вопросам и заданиям.

Вопросы, выносимые на экзамен, должны служить постоянными ориентирами при организации самостоятельной работы студента. Таким образом, усвоение учебного предмета в процессе самостоятельного изучения учебной и научной литературы является и подготовкой к экзамену, а сам экзамен становится формой проверки качества всего процесса учебной деятельности магистранта.

Магистрант, показавший высокий уровень владения знаниями, умениями и навыками по предложенному вопросу, считается успешно освоившим учебный курс. В случае большого количества затруднений при раскрытии предложенного на экзамене вопроса магистранту предлагается повторная сдача в установленном порядке.

Для успешного овладения курсом необходимо выполнять следующие требования:

- 1) посещать все занятия, т.к. весь тематический материал взаимосвязан между собой и теоретического овладения пропущенного недостаточно для качественного усвоения;
- 2) все рассматриваемые на практических занятиях темы обязательно конспектировать в отдельную тетрадь и сохранять её до окончания обучения в вузе;
- 3) обязательно выполнять все домашние задания;
- 4) проявлять активность на занятиях и при подготовке, т.к. конечный результат овладения содержанием дисциплины необходим, в первую очередь, самому магистранту;
- 5) в случаях пропуска занятий, по каким-либо причинам, обязательно «отрабатывать» пропущенное занятие преподавателю во время индивидуальных консультаций.

#### **Методические рекомендации по освоению лекционного материала, подготовке к лекциям**

Лекция - ведущая форма организации учебного процесса в вузе. Половину аудиторных занятий по курсу «Современная алгебра» составляют лекции, поэтому умение работать на них - насущная необходимость магистранта. Принято выделять три этапа этой работы. Первый - предварительная подготовка к восприятию, в которую входит просмотр записей предыдущей лекции, ознакомление с соответствующим разделом программы и

предварительный просмотр учебника по теме предстоящей лекции, создание целевой установки на прослушивание.

Второй - прослушивание и запись, предполагающие внимательное слушание, анализ излагаемого, выделение главного, соотношение с ранее изученным материалом и личным опытом, краткую запись, уточнение непонятного или противоречиво изложенного материала путем вопросов лектору. Запись следует делать либо на отдельных пронумерованных листах, либо в тетради. Обязательно надо оставлять поля для методических пометок, дополнений. Пункты планов, формулировки правил, понятий следует выделять из общего текста. Целесообразно пользоваться системой сокращений наиболее часто употребляемых терминов, а также использовать цветовую разметку записанного при помощи фломастеров.

Третий - доработка лекции: перечитывание и правка записей, параллельное изучение учебника, дополнение выписками из рекомендованной литературы, заучивание основных определений, теорем и их доказательств.

### **Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям**

Целями освоения дисциплины (модуля) «Современная алгебра» являются вооружение студентов знанием актуальных проблем алгебры.

При подготовке магистрантов к практическим занятиям по курсу необходимо не только знакомить студентов с теориями и методами практики, но и стремиться отрабатывать на практике необходимые навыки и умения.

Практическое занятие - это активная форма учебного процесса в вузе, направленная на умение магистрантов переработать учебный текст, обобщить материал, развить критичность мышления, отработать практические навыки в решении задач.

В рамках курса «Современная алгебра» практические занятия включают разбор отдельных вопросов, теорем и их доказательств, решение задач.

При проведении учебных занятий по дисциплине используются традиционные и инновационные, в том числе информационные образовательные технологии, включая при необходимости применение активных и интерактивных методов обучения.

Традиционные образовательные технологии реализуются, преимущественно, в процессе лекционных и практических (семинарских, лабораторных) занятий. Инновационные образовательные технологии используются в процессе аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов в виде применения активных и интерактивных методов обучения.

Информационные образовательные технологии реализуются в процессе использования электронно-библиотечных систем, электронных образовательных ресурсов и элементов электронного обучения в электронной информационно-образовательной среде для активизации учебного процесса и самостоятельной работы студентов.

**Развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений и лидерских качеств при проведении учебных занятий.**

Практические (семинарские) занятия относятся к интерактивным методам обучения и обладают значительными преимуществами по сравнению с традиционными методами обучения, главным недостатком которых является известная изначальная пассивность субъекта и объекта обучения.

Практические занятия могут проводиться в форме групповой дискуссии, «мозговой атаки», разборка кейсов, решения практических задач и др. Прежде, чем дать группе информацию, важно подготовить участников, активизировать их ментальные процессы, включить их внимание, развивать кооперацию и сотрудничество при принятии решений.

Методические рекомендации по проведению различных видов практических (семинарских) занятий.

#### **1. Обсуждение в группах**

Групповое обсуждение какого-либо вопроса направлено на нахождение истины или достижение лучшего взаимопонимания, Групповые обсуждения способствуют лучшему усвоению изучаемого материала.

На первом этапе группового обсуждения перед обучающимися ставится проблема, выделяется определенное время, в течение которого обучающиеся должны подготовить аргументированный развернутый ответ.

Преподаватель может устанавливать определенные правила проведения группового обсуждения:

- задавать определенные рамки обсуждения (например, указать не менее 5.... 10 ошибок);

- вести алгоритм выработки общего мнения (решения);

- назначить модератора (ведущего), руководящего ходом группового обсуждения.

На втором этапе группового обсуждения вырабатывается групповое решение совместно с преподавателем (арбитром).

Разновидностью группового обсуждения является круглый стол, который проводится с целью поделиться проблемами, собственным видением вопроса, познакомиться с опытом, достижениями.

## **2.Публичная презентация проекта**

Презентация – самый эффективный способ донесения важной информации как в разговоре «один на один», так и при публичных выступлениях. Слайд-презентации с использованием мультимедийного оборудования позволяют эффективно и наглядно представить содержание изучаемого материала, выделить и проиллюстрировать сообщение, которое несет поучительную информацию, показать ее ключевые содержательные пункты. Использование интерактивных элементов позволяет усилить эффективность публичных выступлений.

## **3.Дискуссия**

Как интерактивный метод обучения означает исследование или разбор. Образовательной дискуссией называется целенаправленное, коллективное обсуждение конкретной проблемы (ситуации), сопровождающейся обменом идеями, опытом, суждениями, мнениями в составе группы обучающихся.

Как правило, дискуссия обычно проходит три стадии: ориентация, оценка и консолидация. Последовательное рассмотрение каждой стадии позволяет выделить следующие их особенности.

Стадия ориентации предполагает адаптацию участников дискуссии к самой проблеме, друг другу, что позволяет сформулировать проблему, цели дискуссии; установить правила, регламент дискуссии.

В стадии оценки происходит выступление участников дискуссии, их ответы на возникающие вопросы, сбор максимального объема идей (знаний), предложений, пресечение преподавателем (арбитром) личных амбиций отклонений от темы дискуссии.

Стадия консолидации заключается в анализе результатов дискуссии, согласовании мнений и позиций, совместном формулировании решений и их принятии.

В зависимости от целей и задач занятия, возможно, использовать следующие виды дискуссий: классические дебаты, экспресс-дискуссия, текстовая дискуссия, проблемная дискуссия, ролевая (ситуационная) дискуссия.

## 7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

### 7.1. Индикаторы оценивания сформированности компетенций

Компетенции	Высокий уровень (отлично) (86-100% баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85% баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70% баллов)	Ниже порогового уровня (неудовлетворительно) (до 55 % баллов)
ПК-4: Способен проводить исследования в предметной области научного знания и в сфере образования, разрабатывать инновационные механизмы и инструментарий для решения научных задач	ПК-4.1. В полном объеме знает особенности проведения исследований в области математики и математического образования	ПК-4.1. Знает особенности проведения исследований в области математики и математического образования	ПК-4.1. В целом знает особенности проведения исследований в области математики и математического образования	ПК-4.1. Не знает фрагментарно особенности проведения исследований в области математики и математического образования
	ПК-4.2. Умеет в полном объеме решать исследовательские задачи с учётом содержательного и организационного контекстов	ПК-4.2. Умеет решать исследовательские задачи с учётом содержательного и организационного контекстов	ПК-4.2. Умеет в целом решать исследовательские задачи с учётом содержательного и организационного контекстов	ПК-4.2. Не умеет решать исследовательские задачи с учётом содержательного и организационного контекстов
	ПК-4.3. В полном объеме владеет навыками разработки алгоритмов и способов достижения проектируемых уровней своего профессионального и личностного роста	ПК-4.3. Владеет навыками разработки алгоритмов и способов достижения проектируемых уровней своего профессионального и личностного роста	ПК-4.3. В целом владеет навыками разработки алгоритмов и способов достижения проектируемых уровней своего профессионального и личностного роста	ПК-4.3. Не владеет навыками разработки алгоритмов и способов достижения проектируемых уровней своего профессионального и личностного роста

### 7.2. Перевод балльно-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания

Порядок функционирования внутренней системы оценки качества подготовки обучающихся и перевод балльно-рейтинговых показателей обучающихся в отметки традиционной системы оценивания проводится в соответствии с положением КЧГУ «Положение о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся», размещенным на сайте Университета по адресу: <https://kchgu.ru/inye-lokalnye-akty/>

### 7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины

#### 7.3.1. Примерные вопросы к итоговой аттестации (экзамен)

1. Основные алгебраические структуры: полугруппа, моноид, группа, кольцо, поле, векторные пространства и модули.
2. Отображения на алгебраических структурах и их свойства: гомоморфизмы, мономорфизмы, эпиморфизмы и изоморфизмы и их свойства.
3. Ядро и образ морфизмов. Кольца и подкольца. Области целостности.
4. Типы колец: коммутативные кольца, булевы кольца, кольцо формальных степенных рядов, кольцо формальных степенных рядов Лоренца.
5. Единицы колец и делители нуля. Нильпотенты колец. Критерий подколец.
6. Правые и левые идеалы колец. Идеалы колец. Операции над идеалами. Простые и максимальные идеалы колец и их свойства.

7. Отношение эквивалентности и его свойства. Отношение сравнимости в кольце по модулю идеала.
8. Фактор-группа и фактор-кольцо по идеалу в коммутативных кольцах. Теоремы об изоморфизме образа группы и кольца.
9. Образующие кольца. Главные идеалы кольца. Кольцо главных идеалов. Евклидово кольцо. Ассоциированные, простые и неприводимые элементы кольца.
10. Доказательство того, что в кольце главных идеалов простота и неприводимость элементов равносильны.
11. Доказательство обрыва возрастающей цепочки идеалов в кольце главных идеалов. Представление каждого не единичного элемента в виде произведения неприводимых и его однозначность.
12. Неприводимый многочлен над полем и его свойства. Теорема о кратности корней неприводимого многочлена. Минимальный аннулятор элемента, его степень и свойства этого многочлена.
13. Расширение полей. Степень расширения. Закон башни. Гомоморфизм полей и его продолжение.
14. Теорема Кронекера о корнях многочлена. Конечнопорожденное расширение поля.
15. Простое расширение поля, примеры и его свойства.
16. Алгебраический и трансцендентный элементы поля. Алгебраическое и трансцендентное расширение поля. Теорема об алгебраичности конечного расширения поля.
17. Теорема о простом алгебраическом расширении поля. F-гомоморфизмы полей и их свойства.
18. Теорема об эндоморфизме поля.
19. Теорема о связи алгебраичности расширения и корня минимального аннулятора.
20. Понятие алгебраически замкнутого поля. Алгебраическое замыкание поля. Теорема о существовании алгебраического замыкания поля.
21. Лемма о продолжении гомоморфизма поля в алгебраически замкнутое поле.
22. Теорема о существовании продолжении гомоморфизма с поля F в алгебраически замкнутое поле на его алгебраическое расширение K.
23. Поле разложения многочленов и его существование. Теорема о единственности поля разложения.
24. Нормальное расширение поля. Теорема о трех эквивалентных определениях нормальности расширения поля.
25. Теорема о том, что всякое нормальное расширение поля есть поле разложения какого-то многочлена.
26. Простые поля. Характеристика кольца и поля.
27. Сепарабельные и несепарабельные многочлены. Теорема о необходимом и достаточном условии несепарабельности многочлена. Примеры сепарабельных и неесепарабельных многочленов.
28. Конечные поля. Их строение и свойства. Теорема о существовании поля из  $p^k$  – элементов для простого p и  $k \in \mathbb{N}$ .
29. Лемма о числе корней сепарабельного многочлена в его поля разложения. Теорема о сепарабельности многочлена  $f(x)=x^n-1$ .
30. Теорема о совпадении конечного поля с полем разложения многочлена  $f(x) = x^{p^n} - x$
31. Структура мультипликативной группы конечного поля, теорема о ее цикличности. Свойство сепарабельности неприводимых многочленов над конечными полями.

32. Автоморфизмы Фробениуса конечных полей. Теорема о том, что группа автоморфизмов конечного поля есть циклическая группа и порождена автоморфизмом Фробениуса.
33. Сепарабельные расширения полей. Теорема о том, что любое конечное сепарабельное расширение является простым.
34. Теорема о сохранении сепарабельности при конечных расширениях.
35. Теорема о количестве продолжений гомоморфизмов.
36. Совершенные поля. Необходимое и достаточное условие совершенности полей конечной характеристики.

### 7.3.2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций

#### 7.3.3. Оценочные материалы. Варианты контрольных работ

##### Контрольная работа № 1

1. В множестве  $K$ , состоящем из 8 элементов:  $1, -1, i, j, k, -i, -j, -k$ , задано действие при помощи таблицы умножения:
 

$1$	$-1$	$i$	$j$	$k$	$-i$	$-j$	$-k$	$K$
$1$	$1$	$-1$	$i$	$j$	$k$	$-i$	$-j$	$-k$
$-1$	$1$	$1$	$i$	$-i$	$j$	$-j$	$k$	$-k$
$i$	$1$	$-i$	$1$	$-1$	$kk$	$j$	$-j$	
$-i$	$-i$	$i$	$-1$	$1$	$k$	$-k$	$j$	$J$
$j$	$j$	$-j$	$k$	$-k$	$1$	$-1$	$i$	$i$
$-j$	$-j$	$j$	$-kk$	$-1$	$1$	$i$	$-i$	
$k$	$k$	$-k$	$j$	$i$	$-i$	$1$	$-1$	
$-k$	$-kk$	$j$	$-j$	$i$	$-i$	$1$	$-1$	

  - а) Доказать, что это множество является группой. Эта группа носит название группы кватернионов.
  - б) Доказать, что она изоморфна  $Q_8$ .
  - в) Определить порядки всех элементов этой группы.
  - г) Найти все подгруппы этой группы.
2. Шесть функций:  $x \rightarrow x$ ;  $x \rightarrow 1/(1-x)$ ;  $x \rightarrow (x-1)/x$ ;  $1/x$ ;  $x/(x-1)$ ;  $x \rightarrow 1-x$ . из множества  $M$  всех вещественных чисел, отличных от 0 и 1 образуют группу относительно операции композиции функций  $fg(x)=g(f(x))$ . Доказать, что она изоморфна  $S_3$  (группа перестановок порядка 3).
3. Доказать, что конечная подгруппа мультипликативной группы любого поля – циклическая.
4. Описать подгруппу квадратов в поле из  $2n$ .
5. Пусть  $F$  поле из  $q$  элементов и  $n$  - некоторое натуральное число. Показать, что в  $F[x]$  существуют неприводимые многочлены степени  $\deg = n$ .

## Контрольная работа № 2.

1. Доказать, что если  $(u, v)=1$ , то  $(u+v, u-v)=1$  либо  $(u+v, u-v)=2$ .
2. Доказать, что  $\sqrt[n]{m}$  число иррациональное, если  $m$  не является  $n$ -ой степенью натурального числа.
3. Доказать, что 2 делится на  $(1+i)^2$  в  $\mathbb{Z}[i]$ .
4. Для  $\alpha = a + b\omega$  из  $\mathbb{Z}[\omega]$  определим  $\lambda(\alpha) = a^2 - ab + b^2$ . Показать, что  $\alpha$  является единицей, тогда и только тогда, когда  $\lambda(\alpha) = 1$ .
5. Определим  $\mathbb{Z}[\sqrt{-2}]$  как множество комплексных чисел вида  $a+b\sqrt{-2}$ , где  $a, b$  - целые числа. Показать, что  $\mathbb{Z}[\sqrt{-2}]$  - евклидово кольцо.

## Критерии оценивания:

- оценка «отлично» выставляется, если безошибочно выполнены все задания;
- оценка «хорошо» выставляется, если выполнены все задания, но допущены ошибки, не влияющие на ход и смысл их решения;
- оценка «удовлетворительно» выставляется, если выполнено правильно хотя бы одно задание работы;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполнено правильно ни одного задания.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

### 8.1. Основная литература:

1. Кондратьев, Г. В. Геометрическая алгебра Клиффорда: монография / Г.В. Кондратьев. — Москва: ИНФРА-М, 2022. — 217 с. — (Научная мысль). — DOI 10.12737/1832489. - ISBN 978-5-16-017235-4. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1832489> – Режим доступа: по подписке.
2. Численные методы линейной алгебры: учебное пособие. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Магистр, 2021. — 528 с. - ISBN 978-5-16-109374-0. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1238539> – Режим доступа: по подписке.
3. Шевцов, Г. С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2019. - 544 с. - ISBN 978-5-9776-0258-7. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1015326> – Режим доступа: по подписке.
4. Юдович В.И. Математические модели естественных наук. Издательство: "Лань", ISBN: 978-5-8114-1118-4, 2011, 336 стр. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=689](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=689)

### 8.2. Дополнительная литература

1. Винберг Э.Б. Курс алгебры.- М.:МЦНМО, 2011 [//biblioclub.ru](http://biblioclub.ru)
2. Ильин В.А. Элементы абстрактной и компьютерной алгебры: учебник М.: Физматлит, 2011, [// biblioclub.ru](http://biblioclub.ru)
3. Кочетова Ю.В. Алгебра. Конечномерные пространства. Линейные операторы: курс лекций. - М.: Прометей, 3013-80 с. [// biblioclub.ru](http://biblioclub.ru)

## 9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)

### 9.1. Общесистемные требования

#### Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «КЧГУ»

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) Университета из любой точки, в которой имеется доступ к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», как на территории Университета, так и вне ее.

Функционирование ЭИОС обеспечивается соответствующими средствами информационно-коммуникационных технологий и квалификацией работников, ее использующих и поддерживающих. Функционирование ЭИОС соответствует законодательству Российской Федерации.

Адрес официального сайта университета: <http://kchgu.ru>.

Адрес размещения ЭИОС ФГБОУ ВО «КЧГУ»: <https://do.kchgu.ru>.

#### Электронно-библиотечные системы (электронные библиотеки)

Учебный год	Наименование документа с указанием реквизитов	Срок действия документа
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор № 249 эбс от 14.05.2025 г. Электронный адрес: <a href="https://znanium.com">https://znanium.com</a>	от 14.05.2025г. до 14.05.2026г.
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система «Лань». Договор № 10 от 11.02.2025 г. Электронный адрес: <a href="https://e.lanbook.com">https://e.lanbook.com</a>	от 11.02.2025г. до 11.02.2026г.
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система КЧГУ. Положение об ЭБ утверждено Ученым советом от 30.09.2015г. Протокол № 1. Электронный адрес: <a href="http://lib.kchgu.ru">http://lib.kchgu.ru</a>	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Национальная электронная библиотека (НЭБ). Договор №101/НЭБ/1391-п от 22.02.2023 г. Электронный адрес: <a href="http://rusneb.ru">http://rusneb.ru</a>	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Научная электронная библиотека «ELIBRARY.RU». Лицензионное соглашение №15646 от 21.10.2016 г. Электронный адрес: <a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Электронный ресурс Polpred.com Обзор СМИ. Соглашение. Бесплатно. Электронный адрес: <a href="http://polpred.com">http://polpred.com</a>	Бессрочный

### 9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

Занятия проводятся в учебных аудиториях, предназначенных для проведения занятий лекционного и практического типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в соответствии с расписанием занятий по образовательной программе. С описанием оснащенности аудиторий можно ознакомиться на сайте университета, в разделе материально-технического обеспечения и оснащенности образовательного процесса по адресу: <https://kchgu.ru/sveden/objects/>



### **9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения**

- Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная
- Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная
- ABBY FineReader (лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная
- CalculateLinux (внесён в ЕРПП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная
- Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная
- Kaspersky Endpoint Security. Договор №0379400000325000001/1 от 28.02.2025г. Срок действия лицензии с 27.02.2025г. по 07.03.2027 г.

### **9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

1. Федеральный портал «Российское образование» - <https://edu.ru/documents/>
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru/>
3. Базы данных Scopus издательства Elsevier <http://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic>.
4. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования - <http://fgosvo.ru>.
5. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) – <http://edu.ru>.
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru>.
7. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (ИС «Единое окно») – <http://window.edu.ru>.

## **10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья**

В ФГБОУ ВО «Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева» созданы условия для получения высшего образования по образовательным программам обучающихся с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ).

Специальные условия для получения образования по ОПВО обучающимися с ограниченными возможностями здоровья определены «[Положением об обучении лиц с ОВЗ в КЧГУ](#)», размещенным на сайте Университета по адресу: <http://kchgu.ru>.

## 11. Лист регистрации изменений

В рабочей программе внесены следующие изменения:

Изменение	Дата и номер ученого совета факультета/института, на котором были рассмотрены вопросы о необходимости внесения изменений	Дата и номер протокола ученого совета Университета, на котором были утверждены изменения	Дата введения изменений
<p>Переутверждена ОП ВО. Обновлено: учебный план, календарный учебный график, РПД, РПП, программы ГИА, воспитания календарный план воспитательной работы.</p> <p>Обновлены договоры:</p> <p>1. На антивирус Касперского. (Договор № 0379400000325000001/1 от 28.02.2025г. Действует по 07.03.2027г.</p> <p>2. Договор № 10 от 11.02.2025г. эбс «Лань». Действует по 11.02.2026г.</p> <p>3. Договор № 249-эбс ООО «Знаниум» от 14.05.2025г. Действует до 14.05.2026г</p>	29.04.2025 г., протокол № 8	30.04.2025 г., протокол № 8	30.04.2025 г.